

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ЗОЛОТОЕ РУНО

6 класс. Теория чисел–2. 2 июня 2009.

1. На доске написано натуральное число. Каждую минуту Вася смотрит на часы и прибавляет к числу, написанному на доске, число минут на часах. Докажите, что скоро число на доске станет составным.

2. В равенстве $x^2 + x + 2 = p^k$ числа x и k – натуральные, а p – простое. Найдите p .

3. Произведение 15 последовательных натуральных чисел не делится на $2^{12} = 4096$. Докажите, что среднее число делится на 8.

4. Остатки от деления натурального числа на 10, 11, 12, ..., 20 выписали в строчку. Оказалось, что каждое число, начиная со второго, больше предыдущего. Докажите, что в строчке записаны 11 последовательных целых чисел.

5. На доске в строчку выписаны 20 чисел. Докажите, что между ними можно расставить знаки сложения, умножения и скобки так, чтобы полученное выражение делилось на 1024.

6. В строчку выписаны 2009 чисел, каждое из которых больше предыдущего на одну и ту же величину. Может ли среди выписанных чисел быть ровно 1000 целых?

7. Натуральное число умножили на 2. Докажите, что сумма всех его делителей возросла не более, чем в 3 раза.